



Nome: \_\_\_\_\_

**Espaço reservado para classificações**

1.(15)	2 a) (10)	3 a) (10)	5 (10)	7 (15)	8 a) (10)	8.d) (10)
	2 b) (15)	3 b) (15)	6 a) (15)		8 b) (10)	8.e) (15)
	2 c) (15)	4. (10)	6 b) (15)		8 c) (10)	T:

**Atenção: 1. A folhas EXCEL no écran do computador tem os dados para a resolução de todas as questões do exame.**

**2. Intervalos de confiança, ensaios de hipóteses e regressão tem de ser feitos usando o EXCEL.**

**3. As questões não podem ser respondidas usando o método de tentativa e erro.**

**4. Devem apresentar na folha de exame a formalização e Justificação dos cálculos efectuados no EXCEL.**

**5. Devem fazer os cálculos no ficheiro EXCEL em folhas separadas para cada questão.**

1. O que pode dizer acerca da variância da amostra  $S^2$ , como estimador da variância da população  $\sigma^2$ .

A variância da amostra é um estimador enviesado para  $\sigma^2$

A variância da amostra subestima, em média, a variância da população.

A variância da amostra sobrestima, em média, a variância da população.

A variância da amostra não é um estimador consistente para a variância da população.

2. Seja  $X$  uma população com função densidade

$$f_X(x, p) = p * (1 - p)^{x-1} \quad 0 < p < 1, \quad x = 1, 2, \dots$$

com  $E(X) = \frac{1}{p}$  e  $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$

(a) Determine o estimador pelo método dos momentos para  $p$ .

(b) Estude o enviesamento e consistência do estimador para a média da população.

(c) Seja  $T = \frac{X_1 + X_n}{2}$  um outro estimador para a média da população. Estude a eficiência relativa deste estimador em relação ao usado na alínea b)

3. O modo de comunicarmos alterou-se dramaticamente com o uso dos telemóveis e computadores. Um sociólogo pretende determinar a proporção da população portuguesa que usa o email como meio privilegiado de comunicação. Para tal recolheu uma amostra aleatória de dimensão 350 [Ver ficheiro EXCEL – Questão 2].

(a) Construa um intervalo de confiança a 90% para a proporção da população portuguesa que usa o email como meio privilegiado de comunicação. Interprete a estimativa calculada.

(b) Se pretendesse aumentar a precisão da estimativa por intervalos calculada para um valor de 0.05 mantendo constante o nível de confiança, qual a dimensão da amostra a considerar?

4. Sabendo que o número de alunos que não passam a Estatística 2 segue uma distribuição binomial de parâmetro  $\theta$ , um investigador pretende testar a hipótese de que a percentagem de insucessos é superior a 20%, isto é que  $P(\bar{X} > 0.2)$ . Esta é uma hipótese estatística? Se sim, explique a hipótese se não explique porquê.

5. A potência de um dado ensaio é igual a 0.985 e a probabilidade de erro tipo 1 é 0.025. Qual das afirmações é verdadeira?

A probabilidade associada a uma decisão errada é 0.05

Se  $H_0$  é verdadeira, a probabilidade de tomar uma decisão correta é 0.975.

A probabilidade associada ao erro tipo 2 é 0.985

Se  $H_0$  é falsa, a probabilidade de tomar uma decisão correta é 0.025.

6. Considere um controlador aéreo na torre de controlo do aeroporto Humberto Delgado em Lisboa. Se uma pequena mancha aparecer no écran, aproximando-se da rota de aterragem de um AIRBUS 300 o controlador tem de decidir entre:
- Está tudo sobre controlo pois trata-se apenas de uma pequena interferência no écran
  - Está iminente uma colisão entre uma pequena avioneta e o AIRBUS 300

(a) Qual destas opções escolheria para hipótese nula num ensaio de hipóteses? Justifique

(b) Com base na sua escolha, em que consistiriam os erros de tipo 1 e 2?

7. Uma instituição de crédito pretende averiguar se a regularidade no cumprimento dos planos de amortização dos empréstimos para aquisição de habitação própria depende ou não do vínculo laboral do mutuário no momento do pedido do empréstimo. A análise de 200 empréstimos forneceu a seguinte informação:

Amortização do empréstimo	Vínculo laboral	
	Contrato a prazo	Contrato permanente
Pagamento em atraso	40	20
Pagamento feito	110	30

Utilizando um nível de significância de 2.5% dê a sua opinião e fundamente-a.

8. Com o objectivo de conhecer os factores que determinam o rendimento de um indivíduo, use os dados do ficheiro EXCEL – Questão 5 para estimar a equação seguinte:

$$\ln(\text{rendimento}_i) = \beta_0 + \beta_1 \text{estado civil}_i + \beta_2 \text{idade}_i + \beta_3 \ln(\text{anos escol.}_i) + \beta_4 \text{sexo}_i + u_i$$

Com: *rendimento* (€)

*idade* (anos)

*estado civil* = 1    *se casado*;

*sexo* = 1    *se homem*

- a) Interprete os coeficientes das variáveis estado civil e anos de escolaridade.
- b) Teste a hipótese de o impacto da variável idade sobre o rendimento médio ser, tudo o resto constante, superior a 1%.
- c) Estime a variância da variável residual.
- d) Teste a significância global do modelo.
- e) Calcule o intervalo de confiança para o rendimento médio de uma mulher casada, com 25 anos de idade e 10 anos de escolaridade.